Rappels de 3e : Pythagore et triangles semblables

1 Le théorème de Pythagore

1.1 L'essentiel à retenir

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si ABC est un triangle rectangle en A alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

1.2 Comment l'utiliser ?

1. On vérifie qu'on a bien un triangle rectangle
2. On identifie l'hypoténuse (le plus grand côté, opposé à l'angle droit)
3. On applique la formule

1.3 Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en A :
— Si AB = 3 cm et AC = 4 cm
— Alors $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
— Donc $BC = \sqrt{25} = 5$ cm

2 Les triangles semblables

2.1 Comment reconnaître des triangles semblables ?

Deux triangles sont semblables si les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

2.2 Méthode pour vérifier que deux triangles sont semblables

1. On calcule le rapport entre les côtés correspondants
2. Si tous les rapports sont égaux, les triangles sont semblables

2.3 Exemple

Pour les triangles ABC et DEF :
- Si AB = 3 cm, BC = 4 cm, AC = 5 cm
- Et DE = 6 cm, EF = 8 cm, DF = 10 cm
- Alors : $\frac{DE}{AB} = \frac{6}{3} = 2$
- Et : $\frac{EF}{BC} = \frac{8}{4} = 2$
- Et : $\frac{DF}{AC} = \frac{10}{5} = 2$
- Comme tous les rapports sont égaux (= 2), les triangles sont semblables

3 Propriétés importantes

1. Si deux triangles sont semblables, leurs angles sont égaux deux à deux
2. Si un triangle est rectangle, tout triangle qui lui est semblable est aussi rectangle
3. Dans un triangle rectangle, on peut utiliser les relations trigonométriques :
   - $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
   - $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$
   - $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$