

Initiation à la démonstration en mathématiques

Pour les élèves de 5ème

1 Introduction

Bonjour à toi, jeune mathématicien en herbe ! Tu es sur le point de découvrir un monde fascinant : celui de la démonstration en mathématiques. Ne t'inquiète pas, nous allons prendre les choses pas à pas. La démonstration, c'est comme un jeu de logique où tu utilises ce que tu sais déjà pour prouver de nouvelles choses. C'est excitant, non ?

2 Qu'est-ce qu'une démonstration ?

Une démonstration, c'est une façon de prouver qu'une affirmation mathématique est vraie. C'est comme si tu étais un détective qui rassemble des indices (ce qu'on appelle des hypothèses) pour résoudre une énigme (la conclusion).

2.1 Les étapes d'une démonstration

1. On commence par énoncer ce qu'on veut prouver. 2. On liste les informations qu'on connaît (les hypothèses). 3. On utilise des propriétés qu'on connaît déjà pour relier nos hypothèses à notre conclusion. 4. On arrive à notre conclusion !

3 Un exemple simple : les droites parallèles

Commençons par un exemple facile. Nous allons utiliser la propriété D1 de ta liste :

D1 : Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

3.1 Énoncé du problème

Imaginons que nous avons trois droites : (d), (e) et (f). On sait que :

- (d) est parallèle à (f)
- (e) est parallèle à (f)

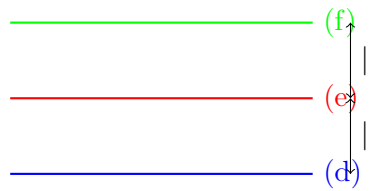
Nous voulons prouver que (d) est parallèle à (e).

3.2 La démonstration

1. **Ce qu'on veut prouver** : (d) est parallèle à (e)
2. **Ce qu'on sait (hypothèses)** :
 - (d) est parallèle à (f)
 - (e) est parallèle à (f)
3. **Raisonnement** : D'après la propriété D1, si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles. Ici, (d) et (e) sont toutes les deux parallèles à (f).
4. **Conclusion** : Donc, (d) est parallèle à (e).

3.3 Représentation visuelle

Pour mieux comprendre, voici un schéma :



4 Un peu plus compliqué : le parallélogramme

Maintenant, passons à quelque chose d'un peu plus difficile. Nous allons utiliser les propriétés P1 et P5 de ta liste :

P1 : Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

P5 : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de même longueur.

4.1 Énoncé du problème

Soit ABCD un quadrilatère. On sait que :

- (AB) est parallèle à (DC)
- (AD) est parallèle à (BC)

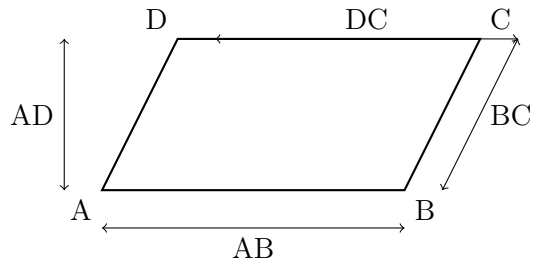
Nous voulons prouver que $AB = DC$ et $AD = BC$.

4.2 La démonstration

1. **Ce qu'on veut prouver** : $AB = DC$ et $AD = BC$
2. **Ce qu'on sait (hypothèses)** :
 - (AB) est parallèle à (DC)
 - (AD) est parallèle à (BC)
3. **Raisonnement** :
 - D'après P1, si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.
 - Ici, ABCD a ses côtés opposés parallèles deux à deux.
 - Donc, ABCD est un parallélogramme.
 - D'après P5, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de même longueur.
4. **Conclusion** : Comme ABCD est un parallélogramme, ses côtés opposés sont de même longueur. Donc, $AB = DC$ et $AD = BC$.

4.3 Représentation visuelle

Voici un schéma pour illustrer notre raisonnement :



5 Conclusion

Bravo ! Tu viens de faire tes premiers pas dans le monde de la démonstration mathématique. N'oublie pas, une démonstration c'est comme raconter une histoire logique. Tu commences par ce que tu sais, tu utilises les règles que tu connais, et tu arrives à une conclusion.

Rappelle-toi toujours ces étapes :

1. Énonce clairement ce que tu veux prouver.
2. Liste ce que tu sais (les hypothèses).
3. Utilise les propriétés que tu connais pour relier tes hypothèses à ta conclusion.
4. Énonce ta conclusion.

Plus tu pratiqueras, plus tu deviendras fort en démonstration. N'hésite pas à dessiner des schémas pour t'aider à visualiser les problèmes. Et surtout, amuse-toi bien dans ton voyage mathématique !