

À la découverte de Pythagore

Niveau 4ème

Introduction

Aujourd'hui, nous allons découvrir l'un des théorèmes les plus célèbres des mathématiques : le théorème de Pythagore. Ce théorème, vieux de plus de 2500 ans, est toujours utilisé aujourd'hui par les architectes, les ingénieurs et même dans nos smartphones pour calculer des distances !

1 Préparons notre exploration

Objectifs d'apprentissage

À la fin de cette activité, vous serez capable de :

- Reconnaître un triangle rectangle et identifier ses éléments caractéristiques
- Comprendre et énoncer le théorème de Pythagore
- Appliquer le théorème pour calculer des longueurs inconnues
- Résoudre des problèmes concrets utilisant ce théorème

Matériel nécessaire

Pour réaliser les activités, vous aurez besoin de :

- Trois carrés en carton de différentes tailles
- Un triangle rectangle en carton
- Une feuille de papier quadrillé
- Un crayon et une règle graduée
- Une calculatrice

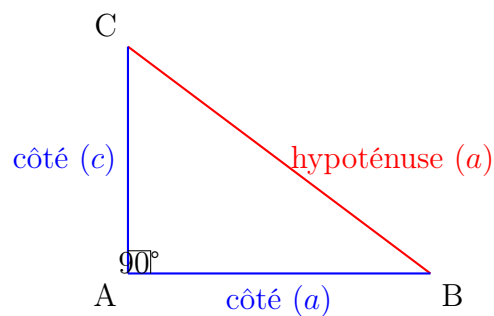
2 Le triangle rectangle : notre point de départ

2.1 Qu'est-ce qu'un triangle rectangle ?

Imaginez le coin d'une feuille de papier ou l'angle d'un mur : c'est exactement la forme d'un angle droit ! Un triangle rectangle est un triangle spécial qui contient un tel angle droit (90 degrés).

Dans ce triangle, nous distinguons trois côtés particuliers :

- L'**hypoténuse** : c'est le côté le plus long, toujours situé en face de l'angle droit
- Les deux autres côtés sont appelés les **côtés de l'angle droit**



3 Le théorème de Pythagore

Le théorème en images

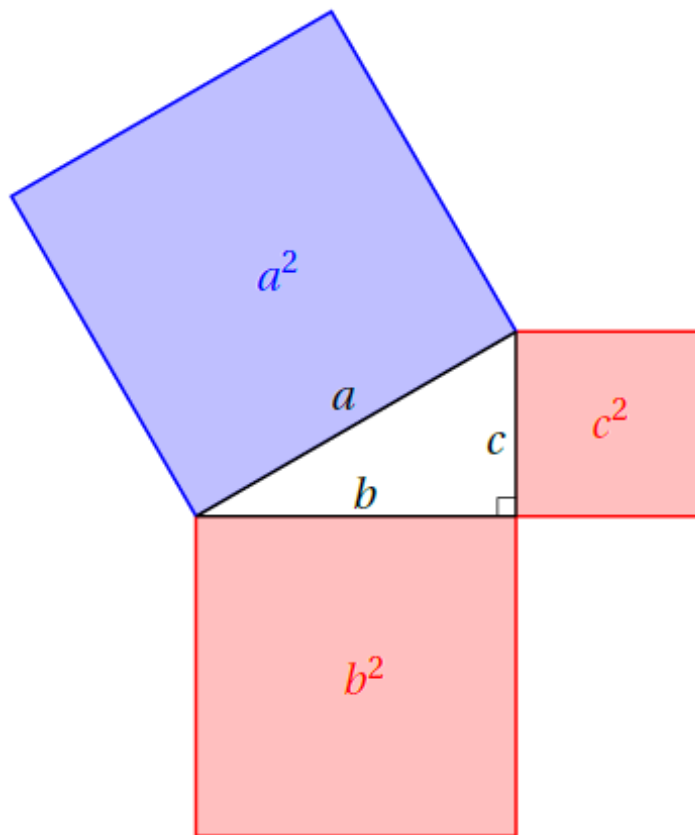
Voici une façon simple de comprendre le théorème :

- Prenez un triangle rectangle
- Construisez un carré sur chaque côté
- L'aire du grand carré (sur l'hypoténuse) est égale à la somme des aires des deux autres carrés !

En langage mathématique, cela s'écrit :

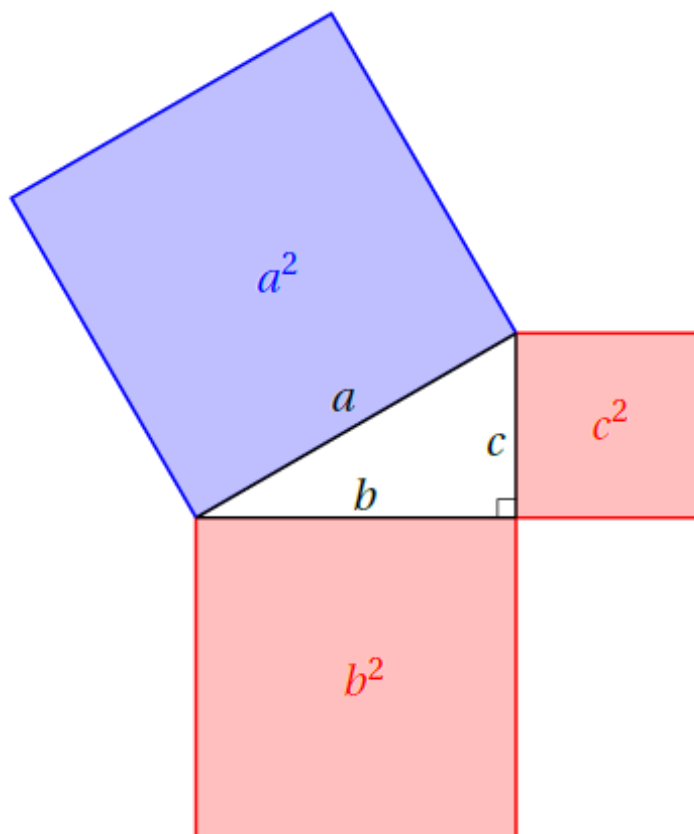
$$a^2 = c^2 + b^2$$

où a est la longueur de l'hypoténuse, et c et b sont les longueurs des autres côtés.



4 Activité pratique

1. Disposer les carrés autour du triangle rectangle pour montrer que l'aire du grand carré (sur l'hypoténuse) est égale à la somme des aires des deux petits carrés.
2. Reproduire cette configuration sur papier quadrillé.
3. **Découpe** : Utilise l'image ci-dessous pour découper les formes.



5 Comment utiliser le théorème ?

Trois étapes simples

Pour calculer l'hypoténuse :

1. Repérer les deux côtés de l'angle droit (c et b)
2. Calculer $c^2 + b^2$
3. Prendre la racine carrée du résultat : $a = \sqrt{c^2 + b^2}$

Pour calculer un côté de l'angle droit :

1. Repérer l'hypoténuse (a) et le côté connu (c)
2. Calculer $a^2 - c^2$
3. Prendre la racine carrée du résultat : $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

Points d'attention

- Le théorème ne fonctionne que pour les triangles rectangles
- L'hypoténuse est toujours le plus grand côté
- On travaille toujours avec les carrés des longueurs
- N'oubliez pas la racine carrée à la fin !

6 Activité pratique : Vérifions le théorème

6.1 Manipulation et découverte

1. **Observation** : Prenez votre triangle rectangle en carton et vos trois carrés.
2. **Hypothèse** : À votre avis, quelle relation existe entre les aires des trois carrés ?
3. **Vérification** :
 - Mesurez précisément les côtés du triangle
 - Calculez l'aire de chaque carré
 - Comparez l'aire du grand carré avec la somme des aires des deux autres

4. **Conclusion** : Notez vos observations et vérifiez si elles correspondent au théorème.

7 Exercices d'application

7.1 Exercice 1 : Premier pas

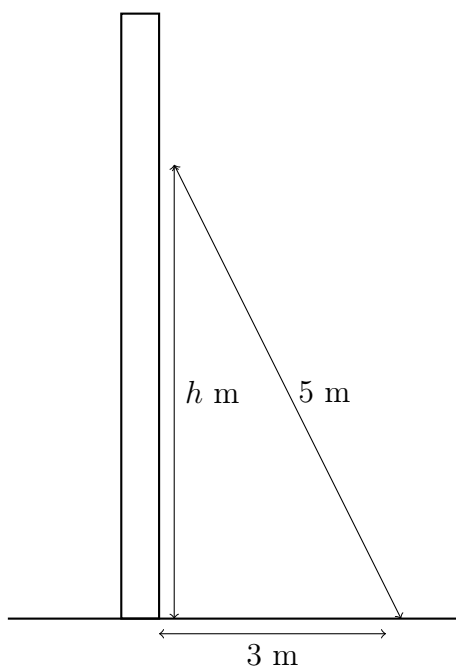
Dans un triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm. Calculez la longueur de l'hypoténuse.

Solution guidée :

1. On applique la formule : $a^2 = 3^2 + 4^2$
2. On calcule : $a^2 = 9 + 16 = 25$
3. On prend la racine carrée : $a = \sqrt{25} = 5$
4. L'hypoténuse mesure 5 cm

7.2 Exercice 2 : L'échelle

Une échelle de 5 mètres est appuyée contre un mur vertical. Le pied de l'échelle est à 3 mètres du mur. À quelle hauteur l'échelle touche-t-elle le mur ?



Solution guidée :

1. On identifie un triangle rectangle :
 - L'hypoténuse est l'échelle : $a = 5$ m
 - Un côté est la distance au mur : $c = 3$ m
 - L'autre côté est la hauteur cherchée : h
2. On utilise : $h^2 = 5^2 - 3^2$
3. On calcule : $h^2 = 25 - 9 = 16$
4. Donc : $h = 4$
5. L'échelle touche le mur à 4 mètres de hauteur

7.3 Exercice 3 : À vous de jouer !

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 13 cm et un côté mesure 5 cm. Calculez la longueur du deuxième côté.

8 Pour aller plus loin

Applications dans la vie réelle

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- Architecture : pour vérifier qu'un angle est droit
- Navigation : pour calculer des distances
- Écrans d'ordinateur : pour mesurer leur diagonale
- Sports : pour tracer les terrains

9 Auto-évaluation

Vérifiez votre compréhension en répondant à ces questions :

1. Pouvez-vous expliquer ce qu'est un triangle rectangle avec vos propres mots ?
2. Sauriez-vous énoncer le théorème de Pythagore à un camarade ?
3. Dans quels cas peut-on utiliser ce théorème ?
4. Quelles sont les étapes à suivre pour calculer une longueur inconnue ?

Ressources complémentaires

Pour approfondir vos connaissances :

- Vidéo explicative : Le théorème de Pythagore expliqué simplement
- Applications en ligne pour s'exercer
- Fiches d'exercices supplémentaires disponibles auprès de votre professeur