

# Étude des Limites : Exponentielles et Puissances

Aide-Mémoire Mathématiques

1<sup>er</sup> juin 2026

## 1 Tableau des Limites Fondamentales

Expression	$\lim_{x \rightarrow +\infty}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty}$	$\lim_{x \rightarrow 0}$
$\frac{e^x}{x^n}$	$+\infty$	$\begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ pair} \\ 0 & \text{si } n \text{ impair} \end{cases}$	$\begin{cases} +\infty & \text{si } n > 0 \\ 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n < 0 \end{cases}$
$x^n e^x$	$+\infty$	$\begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ impair} \end{cases}$	$0$
$\frac{x^n}{e^x}$	$0$	$0$	$\begin{cases} 0 & \text{si } n > 0 \\ 1 & \text{si } n = 0 \\ +\infty & \text{si } n < 0 \end{cases}$

## 2 Méthodes de Mémorisation

### 2.1 Règles Générales

- La fonction exponentielle  $e^x$  domine toujours les fonctions polynomiales quand  $x \rightarrow \pm\infty$
- Au voisinage de 0,  $e^x \approx 1 + x$  (développement limité)
- Pour  $x \rightarrow 0$ ,  $e^x \rightarrow 1$  car  $e^0 = 1$

### 2.2 Astuces par Cas

- Pour  $\frac{e^x}{x^n}$  en  $+\infty$  : forte que toute puissance"
- "L'exponentielle est plus — Résultat :  $+\infty$

- Pour  $\frac{x^n}{e^x}$  en  $\pm\infty$  :
  - "L'exponentielle gagne toujours"
  - Résultat : 0
- Pour les limites en 0 :
  - Regarder d'abord  $e^x \rightarrow 1$
  - Puis analyser le comportement de  $x^n$

### 3 Méthode de Vérification

1. Utiliser la calculatrice pour avoir une intuition
2. Tester avec des valeurs de plus en plus grandes (ou proches de 0)
3. Comparer les vitesses de croissance :
  - $e^x$  croît plus vite que tout polynôme
  - Les polynômes croissent plus vite que  $\ln(x)$